Il flusso algoritmico di esecuzione

La conoscenza della sintassi di un linguaggio di programmazione è ovviamente solo il primo passo verso la risoluzione di problemi.

Quando si intende eseguire un’elaborazione, è necessario aver prima studiato il “**metodo risolutivo**”, da descrivere in maniera estremamente rigorosa e precisa, arrivando a formulare il cosiddetto *algoritmo* (dal nome del matematico arabo Al-Khowaritzmi, 825 a.C.), da descrivere in modo rigoroso, secondo passi elementari logicamente e temporalmente connessi tra di loro.

Un algoritmo possiede le seguenti **caratteristiche**:

Caratteristiche di un algoritmo

1. È costituito da una successione finita di azioni elementari che determinano la soluzione di un problema.
2. Le azioni specificate devono essere “non ambigue”, cioè univocamente interpretabili dall’esecutore.
3. A parità di “input”, l’algoritmo deve produrre gli stessi “output” (*deterministico*).
4. Deve essere quanto possibile *generale*, cioè deve risolvere una classe di problemi analoghi.

Un algoritmo può essere rappresentato: graficamente (tramite flow-chart), in forma discorsiva, mediante un linguaggio di programmazione.

Esempio di algoritmo

Descrivere in forma discorsiva e successivamente mediante flow-chart l'algoritmo di Newton-Raphson per la determinazione dello zero di una funzione $y = f(x)$.

Data una funzione $f(x)$ (derivabile) il problema consiste nel determinare il valore di $\underline{x}$ tale che $f(\underline{x})=0$. Partendo da una stima iniziale x_0 della soluzione si genera una successione di valori $\{x_k\}$ approssimando, per ogni k, la curva $y=f(x)$ con la tangente nel punto $(x_k, f(x_k))$ e calcolando x_{k+1} come l'intersezione della tangente con l'asse delle x.
All'equazione $f(x)=0$ si sostituisce così l'equazione della retta tangente:

$$\boldsymbol{f(x_k) + (x - x_k)f'(x_k) = 0}$$

da cui:

$$\boldsymbol{x = x_{k+1} = x_k - f(x_k)/f'(x_k)}$$

Esempio di algoritmo

Ma, dato per scontato che la successione di valori converga verso una soluzione finale (il che non è sempre vero…), il problema consiste nel sapere "quando fermarsi", cioè nel determinare il valore di x_{k+1} "accettabile".

Si pone cioè il problema (fondamentale nella scrittura di un algoritmo non banale) di definire delle condizioni di controllo del flusso elaborativo che garantiscano in ogni caso il raggiungimento della soluzione finale in un numero finito di passi.

In questo caso si potrebbe terminare l'algoritmo quando lo scostamento tra due valori successivi è minore di una tolleranza ε prefissata: $|\boldsymbol{x_{k+1} - x_k}| < \varepsilon$

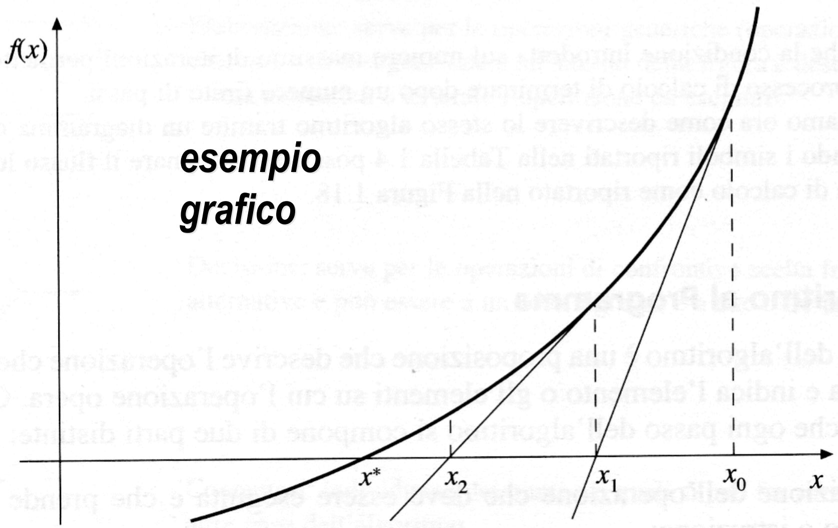
Esempio di algoritmo

Vediamo allora come descrivere in forma discorsiva un algoritmo che implementi il metodo di Newton-Raphson:

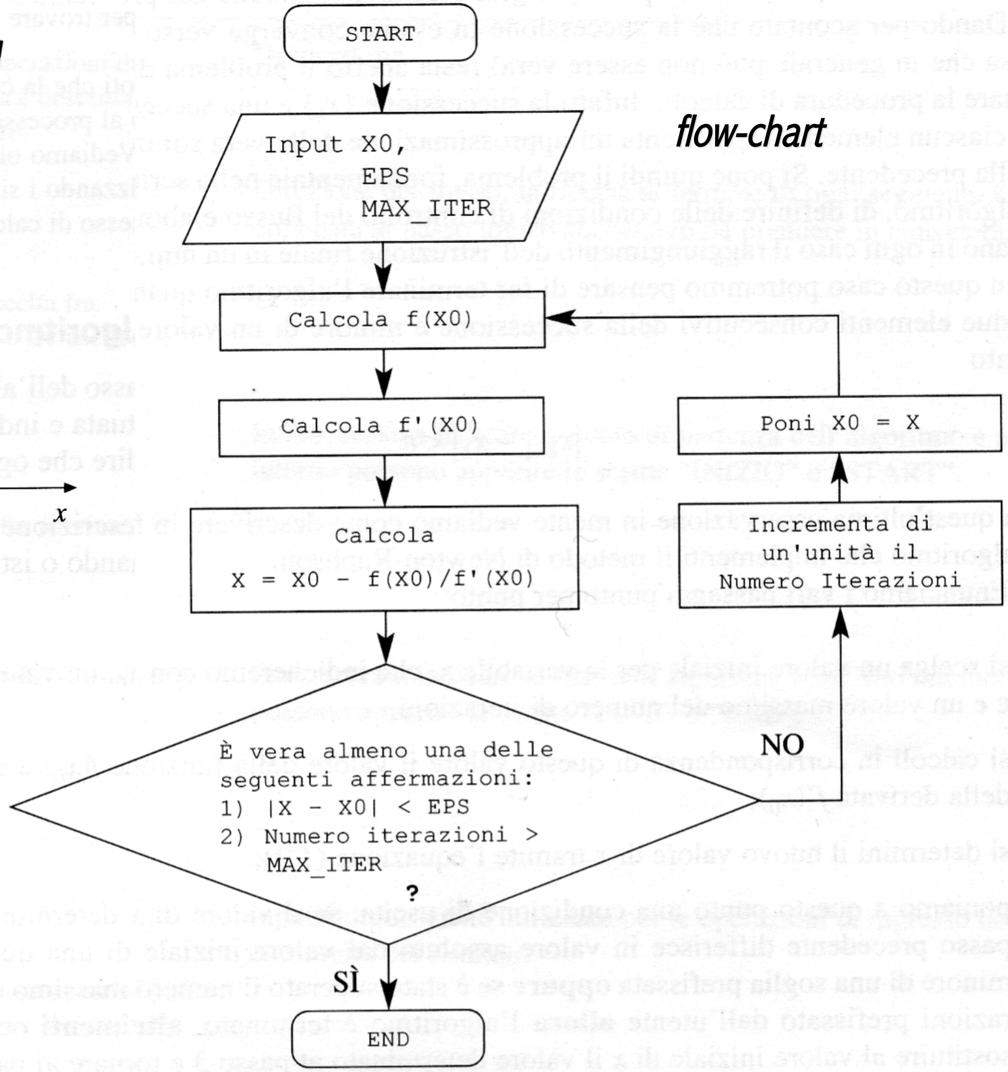
1. *Scegli un valore iniziale* x_0, *un valore per* ε *ed un numero massimo di iterazioni possibili, e sia* $k=0$.
2. *Calcola il valore iniziale* $f(x_k)$ *e quello di* $f'(x_k)$.
3. *Determina il nuovo valore* $x = x_{k+1} = x_k - f(x_k)/f'(x_k)$.
4. ***Se*** $|x_{k+1} - x_k| < \varepsilon$ ***oppure se*** *è stato raggiunto il numero massimo di iterazioni inizialmente prefissato* ***allora*** *l'algoritmo è terminato,* ***altrimenti*** *poni* $x_k = x_{k+1}$ *e torna al punto 2.*

Esempio di algoritmo

esempio grafico



flow-chart



Dall'algoritmo al programma

Ogni passo dell'algoritmo si compone di due parti distinte:

1. la descrizione dell'operazione che deve essere eseguita (*istruzione*);
2. uno o più elementi su cui opera l'istruzione (*operandi o dati*).

A seconda dell'azione che l'istruzione deve compiere, essa può essere:

- di tipo *operativo* (opera sui dati e produce risultati);
- di *controllo* del flusso elaborativo;
- di *assegnazione* di valori alle variabili.

Può essere quindi utile esaminare la versione VBA dell'algoritmo di Newton-Raphson, ipotizzando come funzione $y(x)=e^x-5$ (e quindi $y'(x)=e^x$), il cui zero è banalmente $x = \ln(5)$.

Esaminiamo ora il codice corrispondente.

Esempio di codice VBA: il programma Newton-Raphson

```
Option Explicit          ‘Obbliga alla dichiarazione delle variabili
‘ Dichiarazione delle variabili
Dim F As Single          ‘ Valore della funzione
Dim DF As Single         ‘ Valore della derivata della funzione
Dim Eps As Single        ‘ Valore della soglia di precisione
Dim Xk As Single         ‘ Valore di X al passo k-esimo
Dim X As Single          ‘ Valore di X al passo k+1-esimo
Dim Zero As Single       ‘ Valore finale calcolato
Const MAX_ITER = 1000    ‘ Massimo numero di iterazioni
Dim Nro_Iterazioni As Integer  ‘ Contatore n.ro di iterazioni
```

Esempio di codice VBA: il programma Newton-Raphson

```
' Assegno il valore iniziale x0 alla variabile X
X = 1.5
' Assegno il valore alla tolleranza ε
Eps = 0.0001
' Ciclo di calcolo: ad ogni iterazione viene incrementata la variabile Nro_Iterazioni
Nro_Iterazioni = 0
Do
    Xk = X
    F = Exp(Xk) - 5
    DF = Exp(Xk)
    Nro_Iterazioni = Nro_Iterazioni + 1
Loop Until Abs(X-Xk)<Eps Or Nro_Iterazioni>MAX_ITER
Zero = X
```